

*Aus dem Institut für Ernährung, Prag (ČSSR)
(Dir. Prof. Dr. J. Mašek, Dr. Sc.)*

Versuch zur Bestimmung der optimal empfohlenen Lebensmittelmengen auf der Basis der linearen Programmierung

Von J. HRUBÝ

Mit 4 Tabellen

(Eingegangen am 29. Mai 1969)

Vorschläge für einen der empfohlenen Mengen an Calorien und Nährstoffen entsprechenden Lebensmittelverbrauch liegen nicht oft vor. Es lassen sich Studien von SZCZYGIEL (1) und Empfehlungen von WIRTHS (2) für die EWG erwähnen. In der ČSSR versuchten wir diese Frage nach einer langjährigen Forschungsarbeit zu lösen. In der letzten Etappe unserer Studie benutzten wir die Methode der linearen Programmierung, worüber hier berichtet wird. Die Lösung des Problems der Deckung des Nahrungsbedarfes mit Hilfe der linearen Programmierung ein Minimum der Kosten zu erreichen, was aber nur ein Teil des Fragenkomplexes der empfohlenen Lebensmittelmengen ist, lockte Ernährungswissenschaftler, Mathematiker und Ökonomen.

In der ersten Hälfte der 50er Jahre beschäftigte sich mit dieser Problematik in der ČSSR VELÍMSKÝ (3), der die Aufgabe „eine Gruppe von Lebensmitteln, mit welchen man die Minimalkosten die empfohlenen Mengen der Ernährungsfaktoren decken kann, zu suchen“ lösen wollte. Es ging um eine theoretische, allgemeine Lösung. In dieser Richtung folgten Untersuchungen von ŠMRHA (4), der eine Lösung bei Werkessengerichten fand. In beiden Fällen kam es aber zu einer großen Einengung des Lebensmittelsortiments. Einige Jahre später folgte eine Arbeit von AGANBEGIAN (5) aus der UdSSR, die schon bei einem breiteren Sortiment von Lebensmitteln endet. Die empfohlenen Nährstoffmengen, welche er als Normative bezeichnet, benutzt er in der Form, daß sie bei den Hauptnährstoffen Eiweiß, Fett, Kohlenhydraten und Calorien voll gedeckt werden müssen und bei anderen Nährstoffen entweder gedeckt oder überschritten werden müssen. Bei dieser Arbeit müssen wir eine Bemerkung machen. AGANBEGIAN spricht über eine „rationelle Norm des Verbrauchs“. In seinem Vorgehen können wir aber sehen, daß er diese Norm sehr abstrakt entweder ganz ohne Rücksicht oder mit einer sehr geringen Rücksicht zu Verbrauchsverhältnissen bildet. In der BRD beschäftigten sich mit den „Versuchen zur Berechnung von Minimalkosten der menschlichen Ernährung mit Hilfe der linearen Programmierung“ WIRTHS, BECHER und PRINZ (6). Diese Arbeit führte ebenfalls zu einer Beschränkung des Sortiments. Die gleichen Autoren wendeten die erwähnte Methode außerdem für die Lösung der Eiweißversorgung in unterentwickelten Ländern an (7). In den USA befaßte sich SMITH (8) mit diesem Problem. ZIELIŃSKA in Polen bestimmte die Anzahl der Varianten, durch welche man die polnischen empfohlenen Mengen an Nährstoffen von SZCZYGIEL (1), die auf vier ökonomischen Ebenen (A–D) nach den unterschiedlichen Kostenaufwänden zusammengesetzt wurden, decken kann (9). In der ČSSR erschienen weitere Arbeiten zu diesem Thema von STRNAD (10), MIČNÍK (11), KUČERÁK und HAMALA (12), KREJČÍ (13).

Ich meine, daß die Untersuchungen zwei Mängel haben:

1. die einseitige Betonung der minimalen Kosten, welche zu verbrauchsunrealen Ergebnissen führt,

2. die abstrakte Berücksichtigung der empfohlenen Mengen an Calorien und Nährstoffen, bei welchen man nicht die biologische Toleranz in Betracht zieht, das heißt die empfohlenen Mengen werden nicht als ein Bereich, sondern als eine Zahl ohne Schwankungen genommen. Der biologische Charakter der Mengen bringt aber die Möglichkeit, die Mengen in einer Schwankungsbreite, welche wir als biologische Toleranz bezeichnen, anzuwenden. Es ist also auf einer Seite nicht notwendig, empfohlene Mengen an Calorien und Nährstoffen genau zu decken, auf der anderen Seite ist es aber wieder nicht möglich, die empfohlene Menge willkürlich zu überschreiten.

Um das Optimum der empfohlenen Lebensmittelmengen zu bestimmen, verwendeten wir eine Aufgabenstellung, die einerseits eine weitgehende Angleichung an die zitierten Untersuchungen aufweist, andererseits sich aber von diesen stärker unterscheidet. Die Lösung der Frage eines Modells der optimalen Zusammensetzung der menschlichen Nahrung erfährt dadurch insgesamt gesehen eine Förderung. Bei der gleichzeitigen Minimierung der Kosten sollen in unseren empfohlenen Lebensmittelmengen drei Voraussetzungen erfüllt werden:

1. Deckung der empfohlenen Mengen an Calorien und Nährstoffen in der biologischen Toleranz.
2. Gewisse Anpassung zu der allgemeinen Verbrauchsentwicklung und zu dem allgemeinen Verbrauchszustand.
3. Erhaltung des Grundsortiments.

Methodik

Die vorliegende Arbeit befaßt sich nicht mit der rein mathematischen Seite des Problems. Ausführlich wurde dazu in den Ausführungen unseres mitarbeitenden Mathematikers BARTÁK (14) Stellung genommen. Unsere Berechnungen wurden auf einem Computer, Modell ELLIOT 503, durchgeführt.

Wir bestimmten zwei Richtungen der Berechnungen des Optimums der empfohlenen Lebensmittelmengen, also des Suchens der optimalen Varianten:

1. *unter strengeren Bedingungen*
2. *unter freieren Bedingungen*

Ad 1. Die Bedingungen liegen

- a) in der Beschränkung der empfohlenen Mengen an Calorien und Nährstoffen in den Grenzen von $\pm 5\%$ bei Calorien und Hauptnährstoffen und $\pm 10\%$ bei Mineralien und Vitaminen. Im Verlauf der Berechnungen mußte dieser Bereich bei Kohlenhydraten von $+5$ auf $+6,2\%$ erweitert werden. Tab. 1 enthält diese Angaben und die Beschränkungen für die zweite Richtung. Die Werte der empfohlenen Mengen an Calorien und Nährstoffen werden nach der demographischen Zusammensetzung der Bevölkerung je Einwohner ausgedrückt.
- b) in der Beschränkung bei einzelnen Lebensmitteln. Die Grenzen wurden auf der Basis der Ergebnisse der empfohlenen Lebensmittelmengen (15) festgelegt. Die bisherigen empfohlenen Mengen bildeten entweder eine Ober- oder Untergrenze, je nachdem, ob der gegenwärtige Verbrauch unter oder über diesen Angaben liegt. Diese Angaben – bisherige empfohlene Lebensmittelmengen – stellen das Ergebnis einer Entwicklung dar. In der ersten Etappe wurden die empfohlenen Lebens-

- mittelmengen so konstruiert, daß sie die empfohlenen Mengen an Calorien und Nährstoffen völlig decken. Weiter wurden noch einige biologische Gegebenheiten, wie Nachteile von Zucker, von Fettfleisch, Schmalz, die Vorteile von Magerfleisch, von Butter (unter ČSSR-Bedingungen) berücksichtigt. Nur in großen Zügen konnte man die Verbrauchssituation in Betracht ziehen (16). In der zweiten Etappe wurde eine Gegenüberstellung dieser ersten Version der empfohlenen Lebensmittelmengen mit der Verbrauchsentwicklung in der ČSSR und in 10 entwickelten Ländern durchgeführt (17). Endlich in der dritten Etappe verwirklichten wir auf der Basis dieser Ergebnisse und der eingehenderen Nährwert- und Sortimentsberechnungen Korrekturen bei den empfohlenen Mengen an Calorien und Nährstoffen sowie an Lebensmitteln (15). Die Breite der Beschränkungen bei einzelnen Lebensmitteln wurde nach der Verbrauchssituation festgelegt. Sie bewegte sich zwischen 5 bis 15% und wurde im Gegensatz zu Nährstoffen während der Berechnungen bei einigen Positionen noch um weitere 5 oder 10% verschoben.
- c) Somit wurde die Bedingung der Erhaltung des ganzen Lebensmittelsortiments von 65 Positionen erfüllt.

Tab. 1. Beschränkungen bei den einzelnen Nährstoffen (Kopf/Tag)

Faktor	empfohlene Menge	Beschränkungen	
		1. Richtung: strengere Bedingungen	2. Richtung: freiere Bedingungen
Calorien	2520	2394 - 2646	2394 - 2772
Eiweiß gesamt (g)	89	84,6 - 93,4	80,1 - 94,4
Eiweiß tierisch (g)	47	44,6 - 49,4	42,3 - 49,4
Fette (g)	90	85,5 - 94,5	81,0 - 94,5
Kohlenhydrate (g)	340	323,0 - 357,0 (361,0)*	323,0 - 374,0
Calcium (mg)	920	828 - 1012	782 - 1012
Eisen (mg)	12,70	11,40 - 14,00	10,76 - 14,00
Vitamine A (IE)	4600	4140 - 5060	3910 - 5060
„ B ₁ (mg)	1,10	0,99 - 1,21	0,99 - 1,26
„ B ₂ (mg)	1,40	1,26 - 1,54	1,19 - 1,54
„ C (mg)	56,0	50,4 - 61,6	47,6 - 61,6

* / Nach der Korrektur

Ad 2. Die freieren Bedingungen bedeuten:

- Die Verbreitung der Beschränkungen bei den empfohlenen Mengen von Calorien und Nährstoffen, und zwar immer nur auf einer Seite der Grenzen, je nachdem, ob es schwierig ist, die empfohlene Menge zu erreichen oder umgekehrt, ob diese Menge überschritten wird. Die Verbreitung der Beschränkungen machte bei den Calorien und den Hauptnährstoffen $\pm 10\%$, bei übrigen Nährstoffen $\pm 15\%$ aus.
- Die Beschränkungen bei einzelnen Lebensmitteln wurden im Verlauf der Berechnungen in Richtung der minimalen Kosten erheblich verbreitert.
- Die Bedingung der Erhaltung des gesamten Sortiments blieb unverändert.

Zu Berechnungen benutzten wir Nährwerte der Lebensmittel, die die Verluste zwischen Einkauf und Verzehr berücksichtigen (18), so daß die Ergebnisse mit den empfohlenen Mengen von Calorien und Nährstoffen vergleichbar sind.

Ergebnisse und Diskussion

Zuerst wurden die Berechnungen unter freieren Bedingungen durchgeführt, wo wir die Möglichkeiten der Herabsetzung der Kosten auf ein Minimum praktizieren wollten.

1. Berechnung unter freieren Bedingungen

Wir setzten stufenweise 14 Schritte zusammen, deren Entwicklung von den Werten des sog. Duals abgeleitet wird. Dual ist eine Angabe, welche den Beitrag der Zweckfunktion auf eine Einheit zeigt, wenn die gegebenen Grenzen freigelassen werden. So konnten wir zu den Schritten 13 und 14 kommen, welche schon eine Herabsetzung der Kosten um 10,5 bzw. um 16,5 % bedeuteten. Die Verfahrensweise ist in Tab. 2 mit der Entwicklung der Kosten dargestellt. Beim 15. Schritt wurden die Beschränkungen bei den Nahrungsmitteln so gestellt, daß sie ± 50 % des Ausgangsniveaus waren. Bei dieser Berechnung erreichten wir die Herabsetzung der Kosten um 23 % der Ausgangsbasis.

Tab. 2. Entwicklung der Kosten bei der Minimalisierung unter freieren Bedingungen (Kopf/Tag/Kcs).

Schritte	0	1	2	3	4	5	6	7
	14,33	14,11	13,95	13,85	13,78	13,67	13,59	13,47
Schritte	8	9	10	11	12	13	14	15
	13,37	13,26	13,15	13,06	13,00	12,79	12,02	10,99

Im Vorgehen veränderten sich die Werte von Ernährungsfaktoren nur gering. So blieben Kohlenhydrate, Eisen und Thiamin stabil über den empfohlenen Mengen, dagegen Eiweiß, Eiweiß tierischen Ursprungs, Fett, Vitamin B₂ und C stabil unter den empfohlenen Mengen. Nur Calcium hatte eine steigende Tendenz; Calorien und Vitamin A eine sinkende Tendenz. Calcium und Calorien waren unter dem Wert der empfohlenen Mengen. Die limitierenden Ernährungsfaktoren waren alle drei Hauptnährstoffe.

Was die Veränderungen bei Nahrungsmitteln betrifft, zeigte sich eine deutliche Erhöhung der preisgünstigen Nahrungsmittel, wie Milch, Fisch, Schmalz, Margarine, Mehl, Kartoffeln und Hülsenfrüchte, dagegen eine Herabsetzung von Fleisch, Butter, Öl, Getreideerzeugnissen, Gemüse und Obst.

2. Berechnungen unter strengerer Bedingungen

Dieses Vorgehen war schwieriger und verlangte zuerst einige Schritte zur Lösbarkeit zu machen, was mit Veränderungen auf der Seite der Ernährungsfaktoren sowie auf der Seite der Nahrungsmittel verbunden war. Die schon erwähnte Veränderung bei Kohlenhydraten und eine sehr geringe, praktisch bedeutungslose Veränderung bei Eiweiß und Riboflavin sind dabei zu berücksichtigen. Die folgenden 4 Schritte streben wieder die Herabsetzung der Kosten auf ein Minimum an, die aber nur 3,5 % ausmachte. Der 5. Schritt bestrebt ein ausgeglichenes Verhältnis der

Fette nach ihrem Ursprung. In den Schritten 6 bis 9 wurde immer eine Lebensmittelgruppe bevorzugt (Milch, Fleisch, Getreideerzeugnisse, Gemüse und Obst), d. h., die Obergrenzen bei diesen Lebensmitteln wurden erhöht und bei den konkurrierenden Lebensmitteln (Fleisch, Milch, Kartoffeln) wieder herabgesetzt. Die Auswahl dieser 4 Lebensmittelgruppen folgt aus den älteren Vorschlägen der staatlichen Planorgane.

Auch in diesem Vorgehen waren die Veränderungen bei den Ernährungsfaktoren gering, wie Tab. 3 beweist. Die Werte von Calorien, tierischem Eiweiß, Eisen, Vitamin A und B₁ und Kohlenhydrate liegen immer über den empfohlenen Mengen. Die limitierenden Faktoren waren Eiweiß, Kohlenhydrate und Vitamin C.

Tab. 3. Nährwertgehalt nach einzelnen Schritten unter strengeren Bedingungen (Kopf/Tag)

Faktor		Schritte				
		5	6	7	8	9
Calorien		2541	2536	2543	2543	2538
Eiweiß insgesamt	(g)	84,4	84,4	84,4	84,4	84,4
Eiweiß tierisch	(g)	48,0	48,1	47,6	47,6	47,8
Fette	(g)	87,6	87,1	87,4	87,5	87,7
Kohlenhydrate	(g)	360,6	360,6	360,6	360,6	358,9
Calcium	(mg)	860	894	780	858	862
Eisen	(mg)	13,93	13,87	13,93	13,61	13,76
Vitamin A	(IE)	4713	4752	4710	5019	5052
„ B ₁	(mg)	1,200	1,189	1,175	1,183	1,197
„ B ₂	(mg)	1,266	1,310	1,200	1,200	1,299
„ C	(mg)	50,3	50,3	50,3	50,3	50,3

Vorschläge

Die Analyse der Ergebnisse bewies, daß dieses Vorgehen einen großen Beitrag zur Objektivierung der empfohlenen Lebensmittelmengen bedeutet, wenn auch sicher noch nicht vollkommen. Auf der Basis der Berechnungen wurde ein System der neun Modelle von den empfohlenen Lebensmittelmengen entwickelt. Wir halten es für zweckmäßig, zu diesen Empfehlungen einige Alternativvorschläge zu machen, diese verschiedenen Zwecken dienen können. Dabei wird die Grundbedingung, die Deckung der empfohlenen Mengen an Calorien und Nährstoffen, immer erfüllt.

Bei dem vorgeschlagenen System der Modelle unterscheiden wir 3 Gruppen mit 3 Modellen:

In Gruppe A sind die Modelle eingereiht, welche am engsten den ernährungsphysiologischen Forderungen und den Verbrauchstendenzen entsprechen. Alle drei erfüllen die strengeren Bedingungen. Vor allem ist es das Ergebnis, des 5. Schrittes (A 1), weiter das Modell, welches den Konsum der Getreideerzeugnisse mehr berücksichtigt (A 2) und das Modell, welches als Kombination vom Grundmodell (A 1), dem Modell A 2 und den Modellen, welche Milch, Fleisch und Gemüse und Obst (weitere Bezeichnung C 1, C 2 und C 3) bevorzugen, entstand (A 3).

In Gruppe B ordneten wir 3 Modelle ein, die im Hinblick auf die Herabsetzung der Kosten auf ein Minimum unter freieren Bedingungen entwickelt wurden (Schritte 13-B 1, 14-B 2 und 15-B 3) ein.

Tab. 4. System der Modelle der empfohlenen Lebensmittelmengen (Kopf/Jahr/kg)

Lebensmittel	Modelle								
	A ₁	A ₂	A ₃	B ₁	B ₂	B ₃	C ₁	C ₂	C ₃
Milch und -erzeugnisse	244,6	244,6	239,6	250,5	261,9	312,4	264,5	189,1	244,6
Fleisch insgesamt	75,6	74,2	76,1	59,5	54,6	43,7	71,2	84,2	74,9
Fische	6,6	6,6	6,6	7,2	8,6	9,0	6,6	6,6	6,6
Eier	13,4	13,4	14,0	10,3	8,8	8,6	13,4	16,5	13,4
Fette (in Reinfett)	17,6	17,6	17,6	17,1	17,0	18,7	17,6	17,6	17,6
Butter*)	6,1	6,1	6,1	5,1	4,2	3,4	6,1	6,1	6,1
Schmalz*)	4,9	4,9	4,9	5,5	6,3	7,0	4,9	4,9	4,9
Margarine*)	6,1	6,1	6,1	5,2	7,0	8,2	6,1	6,1	6,1
Öle*)	3,9	3,9	3,9	4,6	3,1	3,9	3,9	3,9	3,9
Zucker	28,8	28,8	28,8	28,3	27,7	18,8	28,8	28,8	28,8
Getreideprodukte (Mehlwert)	97,9	102,5	100,2	101,4	100,4	102,3	96,8	102,0	101,3
Kartoffeln	110,8	78,7	94,3	115,5	127,0	150,0	115,5	88,2	78,7
Hülsenfrüchte	3,7	3,7	3,7	4,1	4,5	5,4	3,7	3,7	3,7
Gemüse (Rohgewicht)	93,7	100,4	97,8	91,2	85,3	58,3	91,8	99,7	104,3
Obst (Rohgewicht)	52,8	56,5	54,4	51,1	55,2	54,7	52,8	55,2	54,7
davon Zitrusfrüchte	14,9	18,1	16,2	10,9	11,2	9,6	14,9	16,8	16,3

*) Produktgewicht

In Gruppe C führen wir Modelle an, in welchen die wichtigen Lebensmittelgruppen betont wurden (C 1, C 2 und C 3).

In Tab. 4 wird eine Übersicht dieses Systems von Modellen zusammengesetzt. Wir führen nur die wichtigsten Lebensmittel, nicht das ganze Sortiment von 65 Positionen an.

Zusammenfassung

In der vorgelegten Studie wird das in der ČSSR bei der Bestimmung der empfohlenen Lebensmittelmengen auf der Basis der linearen Programmierung benutzte Vorgehen und seine Ergebnisse behandelt. Zuerst werden verwandte Studien diskutiert. Im methodischen Teil wird die Betonung auf die Feststellung der Bedingungen gelegt.

Die Berechnungen verlaufen in zwei Richtungen – unter strengeren und unter freieren Bedingungen, welche in Beschränkungen einerseits bei den empfohlenen Mengen von Kalorien und Nährstoffen, andererseits bei den einzelnen Nahrungsmitteln liegen. In beiden Richtungen muß das Ausgangssortiment erhalten bleiben.

Die Ergebnisse der Berechnungen unter freieren Bedingungen zeigen die Entwicklung der Minimierung von Kosten, welche um 16,5 % bzw. 23 % sanken. Die limitierenden Faktoren waren die 3 Hauptnährstoffe. Die Berechnungen unter strengeren Bedingungen sollten die optimale Zusammensetzung des Verbrauchs wie von den bisherigen empfohlenen Lebensmittelmengen aus, so auch bei der Betonung der einzelnen wichtigsten Lebensmittelgruppen suchen. Die limitierenden Faktoren waren Eiweiß, Kohlenhydrate und Vitamin C.

Auf der Basis dieser Berechnungen wurde ferner ein System von 9 Modellen der empfohlenen Lebensmittelmengen entwickelt.

Literatur

1. SZCZYGIEL, A., J. SICZKOWNA, L. NOWICKA, Normy wyżywienia dla osiemnastu grup ludności (Warszawa 1965).
2. WIRTHS, W., Der Nahrungsbedarf der EWG unter ernährungsphysiologisch optimalen Bedingungen – in: „Agrarpolitik in der EWG“, S. 77–90 (München 1968).
3. VELÍMSKÝ, V., Racionální výživa ve světle čísel (Rationelle Ernährung im Licht der Ziffern). In: Nové směry v potravinářském průmyslu. (Neue Richtungen in der Lebensmittelindustrie) S. 151–174 (Prag 1960).
4. VÁŠA J. und Koll., Spotřební vhodnost potravin (Verbrauchsbedeutung von Lebensmitteln), S. 174–220 (Prag 1960).
5. AGANBEGJAN, A. G., Určení racionálních norem spotřeby potravin metodami lineárního programování (Bestimmung der Lebensmittelnormen mit der linearen Programmierung). In: Sovětská ekonomie k používání matematiky v ekonomii. (Sowjetökonomie zur Anwendung der Mathematik in der Ökonomie), S. 243 (Prag 1964).
6. WIRTHS, W., A. BECHER, W. PRINZ, Z. Ernährungswiss. 5, 39 (1964).
7. WIRTHS, W., A. BECHER, W. PRINZ, Berichte. Landwirtschaft. 43, 393 (1965).
8. SMITH, V. E., Electronic computation of human diets (Mich. St. Univ. 1964).
9. ZIELIŃSKA, Z., Ustalenie wzorców spożycia żywności metodą programowania liniowego – Wydawnictwo Instytutu żywności i żywienia (Warszawa, 1967).
10. STRNAD, L., Zdrav. noviny 14, 32 (1965).
11. MICHNÍK, L., Výživa a zdravie 9, 10 (1964).
12. KUČERÁK, M., M. HAMALA, Skumanie nákladov na výživu (Untersuchung von Ernährungskosten) (Bratislava 1968).
13. KREJČÍ, L., Výživa lidu 21, 12, 187 (1966).
14. BARTÁK, R., K aplikaci metody lineárního programování při řešení nutričního problému (Zur Anwendung der linearen Programmierung bei der Lösung des Ernährungsproblems), Prag 1968).
15. HRUBÝ, J., Čas. lékařů českých 107, 14–15, 415 (1968).
16. HRUBÝ, J., Čs. gastroenterologie 19, 7, 449 (1965).
17. HRUBÝ, J., Čs. gastroenterologie 21, 5, 330 (1967).
18. HRUBÁ, M., O. ŠMRHA, Zjištění ztrát u vybraných potravin v potravinářské výrobě (Feststellung der Verluste bei gewählten Lebensmitteln in der Lebensmittelindustrie) (1964).

Anschrift des Verfassers:
Dr. J. HRUBÝ, C. Sc. Prag 4 (ČSSR)
Budějovická 800